CENTRO ASOCIADO UNED DE CIUDAD REAL

SEDE DE VALDEPEÑAS

INGENIERÍA INDUSTRIAL

PRACTICAS DE FÍSICA I

1. INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACION DEL CUADERNO DE LABORATORIO.

El cuaderno de laboratorio es el lugar donde se debe plasmar todo el proceso intelectual que se ha realizado para la consecución de un experimento de cualquier especialidad. Este informe debe tener una cualidad principal: la claridad, evitando en la medida de lo posible las grandes parrafadas, en favor de esquemas y diagramas que cuenten lo mismo más resumida y ordenadamente.

Dicho proceso intelectual consta de tres partes fundamentales:

1º El estudio bibliográfico de las operaciones y procesos que se van a utilizar, las reacciones que se van a producir y los medios (material, reactivos, aparatos) que se van a emplear.

2º Desarrollo del experimento en sí. Se habrá de tener sumo cuidado de ir anotando en el laboratorio, todo cuanto se vaya observando durante los procesos que se realicen, para que a la hora de pasar el cuaderno en casa no se olviden datos importantes.

3º Cálculos y resultados. Es la aportación más original del alumno, pues aquí debe plasmar los resultados obtenidos en el experimento y hacer un comentario autocrítico de los mismos, exponiendo si ha tenido algún error, porqué y como lo ha subsanado.

Los cuadernos de prácticas deben seguir la siguiente pauta:

1. Encabezamiento
   - Práctica propuesta.
   - Nombre y categoría del profesor que la propone.
   - Fecha Lugar

2. Objetivo de la Práctica

Exponer en pocas líneas y lo más claramente posible qué se pretende conseguir con el experimento (sintetizar, purificar, destilar o caracterizar una sustancia, comprobar una ley química o física, etc).

3. Introducción teórica

Se expondrán esquemáticamente las bases y conocimientos que hacen falta para la realización del experimento:
   - Reacciones que tendrán lugar.
   - Propiedades de los reaccionantes y productos.
   - Condiciones de la reacción.
   - Utilidades.
   - Deducción de las fórmulas a utilizar o a comprobar.
   - Procesos de relevancia que se van a utilizar.
   - Etc.

4. Material

Listado de material, productos e instrumentos que se van a utilizar con sus especificaciones correspondientes: volúmenes y división del material volumétrico (p.ej. probeta de 50 mL graduada en divisiones de 5 mL, cronómetro con divisiones de 0,1 s); pureza, densidad, punto de fusión o ebullición de los productos; marca, modelo y unidades de lectura de los instrumentos (p.ej. Balanza Precisa mod. 201 con precisión de 0,1 mg).

5. Trabajo Experimental

Se indica de forma escueta, clara y ordenada todos los pasos que se van siguiendo en el laboratorio, concretando bien las medidas que se deben realizar (tiempos, pesos, temperaturas, longitudes, respuestas de aparatos...todos con sus correspondientes unidades y su error) y los métodos experimentales seguidos. Se deben anotar todos los cambios que se vayan observando y explicar el porqué de los mismos. Siempre se deben adjuntar esquemas o dibujos de los montajes realizados.

6. Cálculos y resultados

En este apartado se indican todos los resultados obtenidos lo más claramente posible, a través de tablas, gráficas o esquemas.

Siempre que haya que realizar operaciones con dichos resultados se deben poner claramente las fórmulas utilizadas y las unidades de cada magnitud. No obstante, cuando se deban reiterar los cálculos aplicando una misma fórmula, se expone como ejemplo uno de ellos y el resto se presenta en forma de tabla.

En este apartado es imprescindible, además, realizar el cálculo aproximado de errores tal y como se expone más adelante.

7. Respuesta a los ejercicios propuestos

Cuando se proponen preguntas o ejercicios a lo largo del libro de prácticas, se deben responder, anotando antes el enunciado de cada cuestión.

8. Conclusiones

Es aquí donde se deben autocriticar los resultados obtenidos, valorando los errores cometidos en cada paso e indicando las circunstancias que han podido influir en los mismos.

Cuando el objeto de la práctica es hallar una constante conocida siempre se deberá comparar nuestro resultado con su valor conocido, valorando la magnitud del error cometido en su determinación de la forma:

$$Error\,(\%) = \frac{|Valor\ calculado - Valor\ teórico|}{Valor\ teórico} \times 100$$

2. TRATAMIENTO DE DATOS EXPERIMENTALES

1. Medida de magnitudes y su error

El valor medido en el laboratorio de cualquier magnitud (temperatura, tiempo, longitud, peso,...) viene siempre acompañado de un error total, suma de tres tipos de errores: accidentales, sistemáticos y de escala.

Los únicos que se pueden controlar directamente son los errores de escala ya que dependen únicamente de la resolución del instrumento de medida. Así, salvo indicaciones del constructor, este error se estima como la mitad de la unidad que corresponde a las divisiones más próximas de la escala.

EJEMPLO: Medimos una longitud con un regla dividida en milímetros.

Medida: L = 12,5 cm = 125 mm.

Error absoluto (EA): ΔL = 0,5 mm (mitad de la división más pequeña de la escala de la regla)

Así pues la medida la debemos expresar como: 125,0 ± 0,5 mm.

2. Cálculo de errores.

La expresión de los resultados de las medidas de las distintas variables de una experiencia de laboratorio es la parte fundamental del informe de prácticas. Para ello no sólo es necesario obtener los resultados correctos sino que, para que el informe sea completo, hay que expresarlos con sus cifras significativas acompañados del cálculo del error correspondiente. El cálculo de los errores se puede realizar por diversos métodos, aunque siempre que nos sea posible lo haremos mediante la aproximación estadística.

2.1. Aproximación diferencial.

En ciertas experiencias de laboratorio sólo nos es posible realizar una medida de las variables que intervienen en el proceso por lo que no se puede aplicar el cálculo estadístico de errores y se debe recurrir al cálculo aproximado.

El método diferencial consiste en aplicar una serie de criterios aproximados para calcular el error total una vez conocidos los errores de escala de los aparatos de medida utilizados y las funciones de cálculo que se van a aplicar con dichas variables. Estos criterios se muestran en la Tabla 1.

TABLA 1

FUNCIÓN	ERROR
$y = u \pm v$	$\Delta y = \Delta u + \Delta v$
y = u vy = u / v	$\varepsilon y \varepsilon = \varepsilon u + \varepsilon v$
$y = a\,x^n$ (a = constante)	$\varepsilon y = n\,\varepsilon x$
$y = \ln x$	$\Delta y = \varepsilon x$
$y = \log x$	$\Delta y = 0{,}5\,\varepsilon x$

En cualquier caso se debe tener en cuenta que el cálculo de errores por el método diferencial es un cálculo aproximado y por ello no hay que complicarlos innecesariamente:

- Cuando existen grandes diferencias en las magnitudes de los errores de las variables que se manejan, se pueden despreciar aquellas contribuciones menos significativas.
- El error de cada variable se redondea a la primera cifra significativa.

EJEMPLO:

Se quiere calcular el coeficiente de absorción molar (E) del $CuSO_2$. Para ello realizamos una disolución 0,1M del sulfato (c) pesando 19,1670 g en balanza analítica y disolviendo hasta 1 litro en un matraz aforado. Medimos la absorbancia (A) de dicha disolución en cubeta de 1 cm de paso óptico (l) y aplicamos la ley de Beer: A = E l c.

Resultados:

Cálculo del coeficiente de absorción molar E

$$A = 0{,}501 = E\, l\, c = E\ (L\ mol^{-1}\ cm^{-1})\ 1\ (cm)\ 0{,}1\ (mol\ L^{-1})$$

$$E = \frac{A}{l \cdot c} = \frac{0{,}501}{1cm \cdot 0{,}1 molL^{-1}} = 5{,}01 L\ mol^{-1}\ cm^{-1}$$

Cálculo de errores

$$C = \frac{g/Pm}{V}$$

Error de la concentración:

g = 19,1670 $\pm$ 0,00005 (1/2 última cifra de la escala)	ε (g) = 0,00026 % $\approx$ 0,0003 %
Pm = 191,67 $\pm$ 0,005 (1/2 última cifra)	ε (Pm) = 0,0026 % $\approx$ 0,003 %
V = 1 L $\pm$ 0,0005 (definido por el fabricante)	ε (V) = 0,05 %

El cálculo del error de la concentración sería: ε (C) = ε (g) + ε (Pm) + ε (V), no obstante los errores del peso molecular y de la pesada de la balanza se pueden despreciar frente al error de medida del volumen, por tanto : ε (C) = ε (V) = 0,05 % y el error absoluto de la concentración sería:

$$\Delta C = \frac{\varepsilon(C) \times C}{100} = \frac{0{,}05\% \times 0{,}1\ M}{100} = 0{,}00005$$

De esta forma los valores de las variables necesarias para el cálculo del coeficiente de absorción molar y sus errores son los siguientes:

VARIABLE	MEDIDA $\pm$ ERROR ABSOL.	ERROR RELAT. (%)
Absorbancia (A)	0,501 $\pm$ 0,0005 ½ última cifra de escala	0,0998 $\approx$ 0,1
Long. Cubeta (l)	1 $\pm$ 0,01 cm error definido por fabricante	1
Concentración (c)	0,1 $\pm$ 0,00005	0,05

El error cometido en el cálculo del coeficiente de absorción molar podría aproximarse al resultado de la siguiente función: ε (E) = ε (A) + ε(l) + ε (C). Podemos despreciar el error relativo de la concentración al ser más pequeño que los otros dos, por lo que:

$$\varepsilon\ (E) = \varepsilon\ (A) + \varepsilon\ (l) = 1{,}1\ \%$$

$$\Delta C = \frac{\varepsilon(C) \times \varepsilon}{100} = \frac{1{,}1\% \times 5{,}01}{100} = 0{,}055 \approx 0{,}06$$

El resultado de la experiencia se expondrá como: E = 5,01 $\pm$ 0,06 L mol^{-1} cm^{-1}

2.2. Cálculo estadístico de errores.

En las experiencias de laboratorio en las que se busca un resultado numérico de una variable, dependiente de la medida de otras relacionadas, se deben reiterar (siempre que sea posible) dichas medidas un número determinado de veces ya que, según la teoría estadística, la media aritmética de todas las medidas efectuadas es el valor representativo y más fiable de la variable medida (reemplaza al valor verdadero). No obstante, la media es sólo una aproximación al valor verdadero, tanto mejor cuanto mayor sea el número de medidas realizado.

La precisión de las medidas, es decir lo mucho o poco que se aproximan a la media, puede expresarse de varias formas:

Desviación media:
$$\delta = \frac{\sum (x_i - \bar{x})}{n} = \frac{\sum d_i}{n}$$

Varianza:
$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum d_i^2}{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

Desviación típica o desviación estándar (*S*): raíz cuadrada de la varianza. En las calculadoras científicas suele aparecer como σ_{n-1}.

Desviación típica de la media
$$S_m = \frac{S}{n^{1/2}}$$

De forma general, se pueden expresar los resultados de las medidas efectuadas mediante la media de las mismas y su error mediante la desviación típica de la media: $\boldsymbol{X} \pm S_m$: En este caso los resultados se expresan con un nivel de confianza del 68 %, es decir, que existe un 68 % de probabilidad de que entre los límites de confianza [$\boldsymbol{X}$ - S_m , $\boldsymbol{X}$ + S_m] se encuentre el valor verdadero. No obstante, es más aconsejable utilizar el criterio: $\boldsymbol{X} \pm 2S_m$, en el que el nivel de confianza es del 95 %.

Estas consideraciones son válidas cuando el número de medidas es grande, cuando este número es pequeño (n<30, que es lo más habitual en prácticas) los valores de S_m fluctúan mucho y, en vez de utilizar la distribución normal resulta más adecuado el uso de la distribución de la **t de Student**. En este caso los límites (o intervalo) de confianza se expresa como: $\boldsymbol{X} \pm t \cdot S_m$; donde t es un factor de corrección (llamado t de Student) que se halla en la Tabla 2, dependiendo del nivel de confianza elegido y de los grados de libertad de la variable (número de medidas menos 1).

EJEMPLO: Para aplicar el cálculo estadístico de errores en el ejemplo anterior podríamos haber realizado cualquiera de las dos experiencias siguientes:

a) Medir varias veces la absorbancia de distintas disoluciones de $CuSO_2$ 0,1 M preparadas independientemente.

b) Preparar disoluciones 0,01; 0,05; 0,1 y 0,15 M, por ejemplo, medir su absorbancia y calcular E.

Realizando la segunda experiencia obtenemos la siguiente Tabla de resultados:

C (± 0,00005)	*A (± 0,0005)*	*E (± 0,06)*
0,01	*0,046*	*4,60*
0,05	*0,258*	*5,16*
0,1	*0,502*	*5,02*
0,15	*0,750*	*5,00*

Aplicando la estadística:

i	x_i	x_i^2
1	4,60	21,16
2	5,16	26,63
3	5,02	25,20
4	5,00	25,00
	$\sum x_i = 19,78$	$\sum x_i^2 = 97,99$

$\mathbf{X} = 19,78/4 = 4,95$ $\quad \sum (x_i)^2 = (19,78)^2 = 391,25$

$S = ((97,99 - 391,25/4) / (4 -1))^{1/2} = 0,245$ $\quad S_m = (0,245/\sqrt{4}) = 0,12$

t (Tabla 2: 95% de probabilidad y 3 grados de libertad) = 3,182

$\mathbf{X} \pm t \cdot S_m = 4,97 \pm (3,182 \cdot 0,12) = 5,0 \pm 0,3$

Podemos observar que el error calculado es mayor que el obtenido en el ejemplo anterior ya que en este caso hemos obtenido el error de medida debido a los aparatos (error de escala, que es el calculado anteriormente por aproximación diferencial) más el error del operario al preparar las distintas disoluciones (error accidental). Además hemos de fijarnos que el resultado final se expresa únicamente con las cifras significativas.

TABLA 2. Límites de confianza de la distribución de Student: valores de *t* (n=número de medidas efectuadas)

Grados de libertad	NIVEL DE CONFIANZA		
n-1	90%	95%	99%
1	6,314	12,706	63,657
2	2,920	4,303	9,925
3	2,353	3,182	5,841
4	2,132	2,776	4,604
5	2,015	2,571	4,032
6	1,943	2,447	3,707
7	1,895	2,365	3,499
8	1,860	2,306	3,355
9	1,833	2,262	3,250
10	1,812	2,228	3,169
11	1,796	2,201	3,106
12	1,782	2,179	3,055
13	1,771	2,160	3,012
14	1,761	2,145	2,977
15	1,753	2,131	2,947
20	1,725	2,086	2,845
25	1,708	2,060	2,787
30	1,697	2,042	2,750
50	1,678	2,009	2,678
100	1,660	1,984	2,626
∞*	1,645	1,960	2,576

* Valores iguales a los de la distribución normal

3. Redondeo de cifras

Una vez que hemos obtenido una medida y su error debemos expresarla correctamente, únicamente con sus cifras significativas, es decir con todos los dígitos ciertos y el primero afectado por el error

De esta forma, las medidas 3,07 m y 3,070 m no son iguales ya que cada una tiene un error diferente.

$$3{,}07\ m = 3{,}07 \pm 0{,}05\ m$$

$$3{,}070\ m = 3{,}070 \pm 0{,}005\ m$$

Por tanto una vez que se ha obtenido la medida de una magnitud y su error, debe redondearse hasta la primera cifra afectada por dicho error.

EJEMPLOS:

$7{,}56128 \pm 0{,}02$ --------→ $7{,}56 \pm 0{,}02$

$7{,}56128 \pm 0{,}1$ ----------→ $7{,}6 \pm 0{,}1$

$4{,}137 \pm 0{,}05$ ------------→ $4{,}14 \pm 0{,}05$

$25.051{,}2 \pm 50$ ----------→ $(250{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^2$

4. Desestimación de observaciones

A veces, en un conjunto de medidas aparece alguna que difiere mucho de las demás, y debería rechazarse. No hay un método aceptado generalmente para tomar esta decisión pero podemos tomar en la práctica el método 2 S_m; es decir, que todas las medidas que estén fuera del intervalo $x \pm 2\ S_m$ son rechazadas.

Si utilizamos la distribución de Student, se pueden despreciar aquellas medidas que estén fuera del intervalo $\boldsymbol{X} \pm t \cdot S_m$.

Una vez rechazada las medidas debe volver a hallarse $\boldsymbol{X}$, S, S_m y t

EJEMPLO:

En el caso anterior el intervalo de confianza obtenido es $\boldsymbol{X} \pm t \cdot S_m = (4{,}7;\ 5{,}3)$ por lo que se podría desestimar la primera medida (4,60). Si volvemos a realizar los cálculos con las tres medidas válidas obtendremos:

$$\boldsymbol{X} \pm t \cdot S_m = 5{,}06 \pm 0{,}09$$

4. Gráficas

En muchos casos, el objetivo de las medidas es descubrir o comprobar una posible relación entre dos magnitudes X e Y . En esta situación es conveniente emplear una grafica en la que se representen las parejas de valores (x_j, y_j) cuyo análisis facilitaría el estudio de la mencionada relación. A la hora de representar una gráfica, seguiremos las siguientes normas generales:

- Se usará papel milimetrado o, si se tiene acceso, uno de los múltiples programas de ordenador diseñados a tal efecto.

-Cada gráfica tendrá un título, en el que se indique de forma clara y breve lo que se pretende representar con dicha gráfica. Si los datos numéricos se encuentran en una tabla aparte, conviene hacer referencia a la misma.

- Los ejes de la gráfica deben rotularse claramente con el nombre de la magnitud física y las unidades en las que se expresa. A su vez, deben incluirse divisiones que faciliten la interpretación de los datos.

- Los límites de cada eje, al igual que el origen de coordenadas, deben elegirse cuidadosamente de tal manera que los datos se distribuyan sobre toda la gráfica (impidiendo que aparezcan apelmazados en una parte de la misma). Así, el origen no tiene porque ser, necesariamente, el cero de ambas magnitudes.

- Los puntos correspondientes a una pareja de datos deben marcarse explícitamente, destacándolos con un símbolo (por ejemplo •, ⊙,…). Debe indicarse el error experimental en la toma de los datos mediante una o dos barras de error. Así, si el error del valor y_j resulta ser ε_y , se situará un segmento vertical de longitud 2 ε_y (en las unidades determinadas en el eje de ordenadas, naturalmente) centrado en el punto que representa la pareja de datos. Análogamente se procede con el error del valor x_j usando un segmento horizontal de longitud 2 ε_x.

- Por último, si procede, hay que trazar la curva que representaría la relación existente entre *X* e *Y* calculando los parámetros relacionados por el método de los mínimos cuadrados: coeficiente de correlación, pendiente, ordenada en el origen y sus errores.

El método de mínimos cuadrados calcula la recta ($y = A + B\,x$) de regresión que hace que la suma de distancias de los puntos experimentales a dicha recta sea mínima, es decir que se aproxima más a dichos datos experimentales. De esta forma se obtienen los valores de la ordenada en el origen (*A*) y de la pendiente (*B*) de dicha recta y sus correspondientes desviaciones estándar. Además se obtiene el coeficiente de regresión – r^2 - que varía de 0 a 1. Este valor nos da una idea de lo que se aproximan nuestros puntos a una recta. Generalmente se acepta que valores mayores de 0,90 para – r^2 - quieren decir buena aproximación. No obstante el cálculo de regresión por mínimos cuadrados se hace demasiado complicado y sólo se aplica cuando se dispone de calculadora o programa informático con esta aplicación. Con el software Excel existe una aplicación que calcula la recta de regresión por mínimos cuadrados a partir de la gráfica de dispersión de los datos (*x,y*) y la Herramienta de Análisis de Datos de Regresión calcula todos los parámetros de la regresión.

EJEMPLO:

Realizamos medidas de la elongación de un muelle en función del peso colocado en su extremo para hallar la constante de la Ley de Hooke: $F = K \cdot L$

F (N)	*L (cm)*	*K = F/L (N/cm)*
10	*20,2*	*0,495*
20	*39,8*	*0,503*
30	*60,1*	*0,499*
40	*78,0*	*0,513*

- Si aplicamos la distribución de Student obtenemos:

Media: 0.5023
Desviación estándar: 0.0076
Desviación estándar de la media: 0.003798
t Student para n-1=3: 4,303
$t \cdot S_m = 0.016$

$K = 0,50 \pm 0,02$

El valor se puede calcular también gráficamente, hallando la pendiente de la recta conseguida: pendiente = $\Delta y \ / \Delta x$ o por el método de mínimos cuadrados, que nos da los valores A y B de la recta F = A + K·L siendo B la pendiente y A la ordenada en el origen, además del coeficiente de regresión

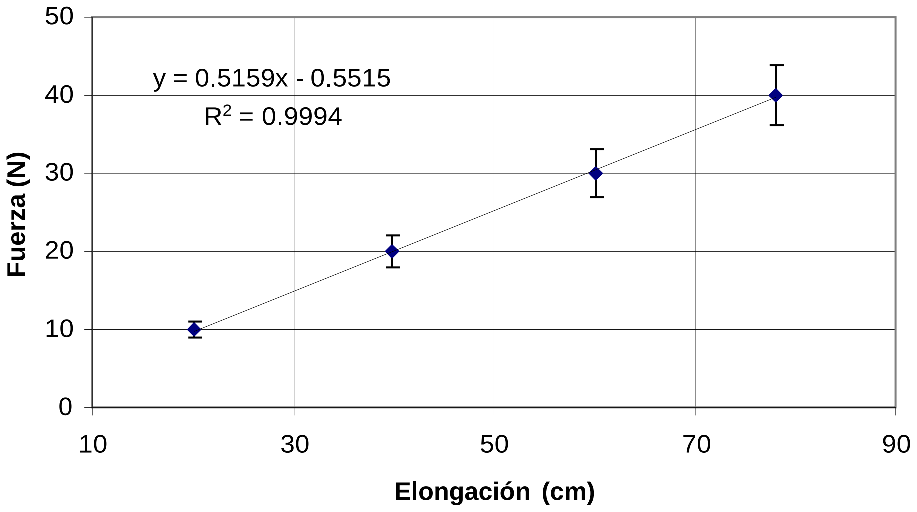
- *Aplicando mínimos cuadrados a los datos anteriores obtenemos:*

A = -0,552 Desviación estándar: 0.50

K = 0,516 Desviación estándar: 0.009

r = 0,9994

Figura 1. Fuerza de deformación frente a la elongación producida en el muelle (datos de la Tabla 1)



Práctica 1

MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO.

Objeto:

Adquirir los conceptos de velocidad media y velocidad instantánea, estudiar la ecuación general del movimiento uniformemente acelerado en un plano inclinado y obtener la aceleración de la gravedad.

Fundamentos teóricos:

La velocidad media se define como el cociente entre el espacio recorrido por un móvil *e* y el tiempo *t* empleado.

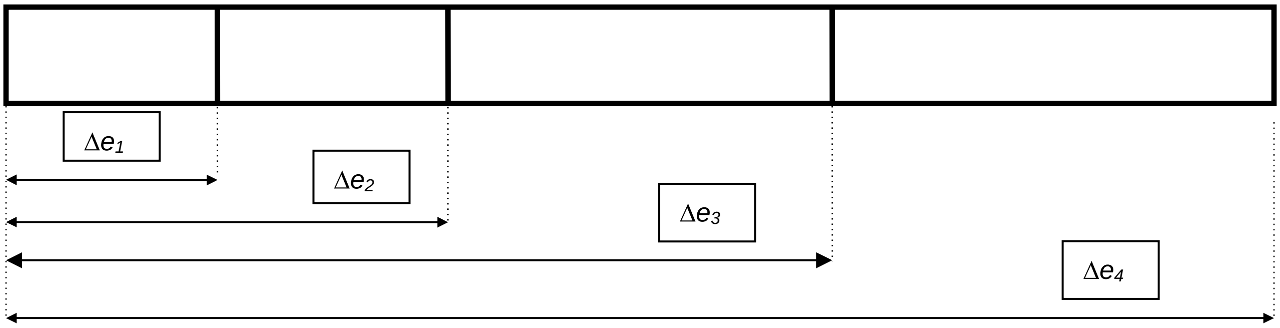
Tomemos los intervalos de los espacios $\Delta e_1, \Delta e_2, \ldots,$ (Fig. 1) y los tiempos que un móvil ha empleado en recorrerlos: $\Delta t_1, \Delta t_2, \ldots$Las velocidades medias en cada uno de estos espacios serán:

$$\boldsymbol{V_{m1}} = \frac{\Delta e_1}{\Delta t_1}; \qquad \boldsymbol{V_{m2}} = \frac{\Delta e_2}{\Delta t_2}; \ldots \qquad [1]$$

Sin embargo la velocidad media no nos da información real sobre la velocidad que tiene el móvil en un punto determinado de su trayectoria por lo que hay que introducir el concepto de velocidad instantánea:

$$Lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta e_n}{\Delta t_n} = \frac{de}{dt}$$

Figura 1

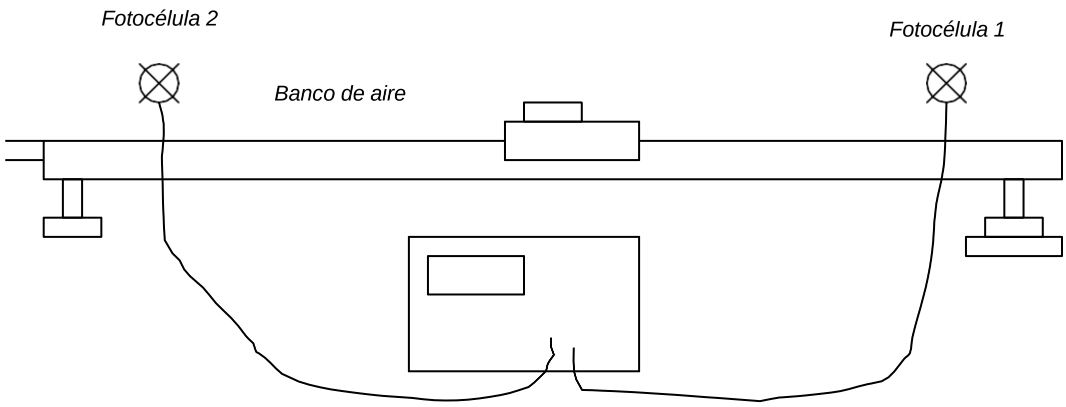


La ecuación general del movimiento uniformemente acelerado de un móvil *es:*

$$e(t) = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (2)$$

Procedimiento experimental:

Se monta el banco neumático con una ligera inclinación tal y como se índica en la figura de abajo. Para medir velocidades medias se fija la fotocélula 1 en un punto del comienzo del recorrido del móvil y la fotocélula 2 se va emplazando a distintas distancias (por ej. *30, 60, 90, 120 y 150 cm*). Se sitúa el móvil en el punto más alto del plano inclinado, se suelta y se mide el tiempo que tarda en recorrer cada una de las distancias.



Para calcular las velocidades instantáneas hemos de medir el tiempo que tarda el móvil en recorrer un intervalo corto de espacio. Para ello repetiremos la experiencia sólo con una fotocélula que conectaremos a la entrada izquierda del reloj, puentearemos las conexiones amarillas del mismo y situaremos en las posiciones ⊗ y • respectivamente los interruptores izquierdo y derecho. Con ello conseguimos medir el tiempo que tarda en pasar la pantalla obturadora del móvil por la célula y por tanto mediremos, para cada distancia, el tiempo que tarda en recorrer la longitud de esa pantalla.

Cálculos y resultados.

1. Hallar las velocidades medias para cada distancia dividiendo cada una de ellas por el tiempo.

Hallar las velocidades instantáneas obtenidas para cada distancia y comprobar las diferencias con las velocidades medias antes calculadas. Completar la siguiente tabla y comparar ambas velocidades.

Distancia ***unidades (±error)***	**Δt** ***unid.(±error)***	**V_{media}** ***unid.(±error)***	**$V_{instantánea}$** ***unid.(±error)***

2. Representar ahora las distancias recorridas (eje Y) frente al tiempo (eje X). Ajústese a una recta y a una parábola y hállense las ecuaciones y los coeficientes de regresión r^2. Comparar los dos coeficientes de regresión; se observará que la línea obtenida se ajusta mejor a una parábola lo que corrobora que la ecuación del movimiento es de segundo grado respecto del tiempo. La ecuación del movimiento es:

$$e(t) - e(0) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (3)$$

si $e(0) = 0$ y $v(0) = 0$, la ecuación se queda como

$$e(t) = \frac{1}{2} a t^2$$

Para comprobarlo, representar *espacio* (eje *y)* frente a *tiempo*^{2} (eje *x*). Se deberá obtener una recta del tipo *Y = pendiente • X + ordenada en el origen.* Hallar la ecuación de la recta y el coeficiente de regresión: la ordenada en el origen debe ser próxima a cero y la pendiente igual a un 1/2 de la aceleración.

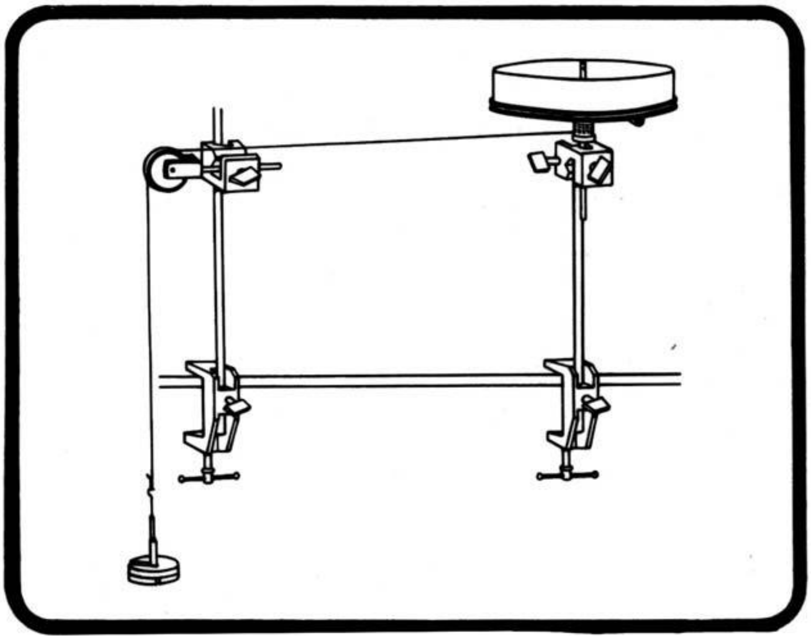
3. Si representamos las velocidades instantáneas frente al tiempo que tarda en llegar el móvil a cada punto (el medido en primer lugar) obtendremos de nuevo una recta pendiente a y una ordenada en el origen v_0. Hallar la ecuación de la recta y el coeficiente de regresión Comparar las dos aceleraciones obtenidas en cada una de las gráficas.

4. El movimiento uniformemente acelerado se ha conseguido mediante un plano inclinado sin rozamiento por lo que la fuerza implicada será $F = m\ g\ sen\alpha$. Medir el ángulo del plano inclinado y obtener el valor de la aceleración de la gravedad despejando de la igualdad:

$$F = m \cdot a = m \cdot g \cdot sen\ \alpha.$$

Práctica 2.

MOMENTO DE INERCIA



Material:

Aro
Cinta adhesiva
Cronómetro
Disco soporte
Disco metálico
Eje tambor
Hilo de seda de 0,7 mm 0
Nuez doble (dos)
Pesa de 10 g
Polea
Portapesas
Tornillo de arrastre
Tornillo de mesa (dos)
Varilla soporte de 250 mm (dos)

Objeto.

Comprobar que el momento de inercia de un cuerpo es función de su masa y de su configuración geométrica.

Fundamentos teóricos.

Para que un sólido rígido gire alrededor de un eje es necesario someterlo a una fuerza cuyo momento sobre el eje de giro no sea nulo. Ya se ha visto que todo momento representa un giro, y si dicho momento es debido a una fuerza constante, el cuerpo adquirirá una cierta aceleración angular. Generalmente, en el cuerpo hay «algo» que se opone a que adquiera una aceleración angular. A ese «algo» se le llamará aquí «inercia de giro», siendo la medida cuantitativa de esta inercia de giro lo que se llama momento de inercia.

Si al cuerpo A, que puede girar alrededor de un eje, se le somete a unas fuerzas $F_1, F_2, \ldots F_n$ cuyos momentos respecto del eje de giro son $M_1, M_2, \ldots M_n$ el cuerpo A adquiere unas aceleraciones angulares $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ tales que:

$$\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \ldots = \frac{M_n}{\alpha_n} \qquad (1)$$

esta constancia de cocientes nos demuestra que I depende del cuerpo y no de la fuerza suministrada a éste. Dicha constante de proporcionalidad I, que es representativa de algo inherente al cuerpo, es lo que denominamos momento de inercia.

De la ecuación [1] se deduce la fórmula

$$M = I \cdot \alpha \qquad (2)$$

que no es sino la equivalente, en la mecánica de rotación, de la ecuación fundamental de la dinámica: $F = m \cdot \alpha$

El objeto de esta práctica es obtener los momentos de inercia de distintos cuerpos para que, comparándolos, se pueda deducir de qué parámetros depende el momento de inercia.

Si en una gráfica se representan en ordenadas los diferentes momentos a que dan lugar las diferentes fuerzas que se aplican a un cuerpo, y en abscisas las aceleraciones angulares correspondientes, las fórmulas [1] y [2] indican que se obtendrá una recta cuya pendiente será el momento de inercia del cuerpo en cuestión. En la gráfica no se representan aceleraciones angulares, dada la dificultad que supone medirlas, basta saber que el espacio angular

$$\Phi = \frac{1}{2}\alpha\, t^2$$

por tanto,

$$\alpha = \frac{2\Phi}{t^2} \qquad (3)$$

Φ se puede medir fácilmente, sin más que considerar una longitud de cuerda l, conocida, que se enrolla en el tambor del eje. Si r es el radio de dicho tambor, se tendrá que

$$\Phi = \frac{l}{2\pi\, r}\, vueltas \cdot 2\pi\ radianes / vuelta = \frac{l}{r}\, radianes$$

Resulta, en definitiva, para la ecuación [3],

$$\alpha = \frac{2\,l}{r\,t^2} \qquad (4)$$

y sustituyendo en la [2], queda

$$M = I \cdot \frac{2\,l}{r}\,\frac{1}{t^2} \qquad (5)$$

siendo t el tiempo que tarda en pasar la longitud de cuerda considerada l, por una posición determinada.

Por tanto, al trazar la gráfica poniendo, en ordenadas, los momentos, y en abscisas, los valores de $1/t^2$ (ya que en la ecuación [5] el factor $2l/r$ es constante a lo largo de toda la experiencia) se obtendrá una recta que pasa por el origen y cuya pendiente será

$$tag\ \mu = \frac{2\,l}{r}\, I \qquad (6)$$

despejando / se obtiene el valor del momento de inercia buscado:

$$I = tag\ \mu\ \frac{rl}{2\,l} \qquad (7)$$

Instrucciones.

1.° Realizar el montaje de la figura 1, colocando solamente, sobre el eje, el disco soporte. Pegar con cinta adhesiva en el tambor del eje un extremo de la cuerda y enrollar en el tambor. Previamente, en la cuerda, se habrán marcado, bien con tinta o bien con cinta adhesiva, dos señales distanciadas entre si de 80 a 100 cm. Una vez enrollada la cuerda, poner en su otro extremo libre el portapesas de masa m_0 más una pesa de 5 g (pesar el conjunto para tener el peso exacto) conocida y hacer pasar la cuerda por la garganta de la polea, manteniendo el disco parado con una mano. Hacer coincidir la primera de las señales de la cuerda en la parte superior de la polea. Coger el cronómetro con la otra mano. Dejar libre el disco y empezar a contar tiempos. Al paso por la parte superior de la polea de la segunda marca de la cuerda, parar el cronómetro. Así se obtendrá el tiempo t que tarda en pasar la longitud de cuerda considerada, *l*, por una posición determinada. Repetir el ensayo otras dos veces para obtener la media y desviación estándar de la medida.

Repetir esta operación tres veces más, poniendo en el portapesas pesas de 10, 20 y 40 g cada vez.

Para mayor comodidad, ordenar los valores obtenidos como indica el cuadro adjunto, y así se podrá operar más fácilmente con ellos. Siendo g = 980 cm/s^2 la aceleración de la gravedad y r el radio del tambor del eje, estando enrollada la cuerda.

Tener en cuenta que, en todos los casos, hay que considerar la masa m_0 del portapesas.

Tomando los cuatro momentos en ordenadas y los respectivos valores de $1/t^2$ en abscisas, se obtendrán en la gráfica cuatro puntos que se ajustarán a una recta *A* que pasará por el origen.

2.° Poner el disco metálico encima del disco soporte y hacer las mismas experiencias que en el caso anterior, poniendo, sucesivamente, en el portapesas 15 g, 30 g, 50 g y 70 g.

Así se obtendrán otros cuatro puntos que se ajustarán a una recta *B* que pasa por el origen.

3.° Quitar el disco metálico y sustituir por el aro que quedará ajustado al disco de plástico. Repetir las experiencias con las mismas masas que en el segundo caso.

Se obtendrán otros cuatro puntos que están alineados con el origen y por los que pasará la recta *C.*

***m* (g)**	***F = m · g* (dinas)**	***M = r · F* (din x cm)**	***t* (s)**	**t^2 (s^2)**	**$1/t^2$ (s^{-2})**

Conclusiones:

I. Comparando las dos rectas, *A y B,* que corresponden a los discos de distintas masas, se observa que al no coincidir las rectas, sus momentos de inercia son distintos, ya que vienen dados por sus respectivas pendientes, según la fórmula [6].

Por tanto, podemos decir que el momento de inercia depende de la masa del cuerpo en cuestión.

II. Si ahora se comparan las rectas *B* y C, en que tanto la masa del disco de hierro como la del aro de hierro son iguales, se observa que, al no coincidir las mencionadas rectas, igualmente sus momentos de inercia tendrán que ser distintos.

Luego, en igualdad de masas, el momento de inercia dependerá de la configuración geométrica de cada cuerpo.

Resumiendo: «El momento de inercia de un cuerpo es función de su masa y de su configuración geométrica».

III. Aplicando la fórmula [7] a cada una de las tres rectas, obtendremos los momentos de inercia I_A, I_B, I_C, que corresponden al disco soporte, al disco metálico junto con el soporte y al aro con el disco soporte, respectivamente. Si a estos dos últimos les restamos el momento de inercia, I_A, del disco soporte, nos quedará: $I'_B = I_B - I_A$; $I'_C = I_C - I_A$ que serán los momentos de inercia del disco metálico y del aro, respectivamente.

Efectuando el cociente de I'_C por I'_B vemos que I'_C / $I'_B \approx 2$ pero si medimos las masas del disco metálico y del aro veremos que son iguales. Por tanto, el momento de inercia de un aro es el doble del momento de inercia de un disco, cuando ambos tienen la misma masa.

Observaciones:

- Debido a los rozamientos estáticos se obtienen mejores resultados con valores altos de las pesas, siempre y cuando no se pierda exactitud en la media del tiempo.

- La cuerda debe tener una dimensión tal, que antes de dar el estirón para cambiar el movimiento de ascenso o descenso del portapesas, choque con el suelo; de esta forma no se arrancará el papel adhesivo del tambor.

Práctica 3

RESORTE HELICOIDAL. LEY DE HOOKE

Objetivo.

Comprobar la ley de Hooke en un muelle y medir su constante elástica.

Analizar el movimiento armónico del oscilador y medir la constante elástica dinámicamente.

Determinar la masa efectiva del muelle.

Fundamentos teóricos.

Se denomina a un determinado cuerpo como “elástico” si al actuar una fuerza sobre ´el, este sufre una deformación tal que, al cesar la fuerza aplicada, el cuerpo recupera su forma original.

En 1676 Robert Hooke, un científico inglés, contemporáneo de Newton, descubrió y estableció la ley que lleva su nombre y que se utiliza para definir las propiedades elásticas de un cuerpo. En el estudio de los efectos de las fuerzas de tensión, y compresión, observó que había un aumento en la longitud del resorte, o cuerpo elástico, que era proporcional a la fuerza aplicada, dentro de ciertos límites. Esta observación puede generalizarse diciendo que la deformación es directamente proporcional a la fuerza deformadora:

$$F = - k \cdot \Delta y \quad (1)$$

Donde F es la fuerza, medida en newtons, k, la constante elástica del resorte y Δy, el alargamiento, o compresión (y-y_0). El signo negativo indica que la fuerza del resorte es restitutiva, u opuesta a la fuerza externa que lo deforma. Esta expresión se conoce con el nombre de ley de Hooke. Si la fuerza deformadora sobrepasa un cierto valor máximo, el cuerpo no volverá a su tamaño (o forma) original después de suprimir esa fuerza. Entonces se dice que el cuerpo ha adquirido una deformación permanente. La tensión, o compresión, más pequeña que produce una deformación permanente se llama límite de elasticidad. La ley de Hooke no es aplicable para fuerzas deformadoras que rebasan el límite de elasticidad. Tanto la constante elástica como el límite de estabilidad están determinados por la estructura molecular del material. Por otro lado, la relación que existe entre el esfuerzo y la deformación, se conoce como módulo de elasticidad o módulo de Young, E.

Por otro lado, cuando el movimiento de un objeto se repite en intervalos regulares, o períodos, se le llama movimiento periódico. En la situación experimental que emplearemos en esta práctica, (ver figura) el muelle está situado verticalmente y de su extremo pende un platillo portamasas de masa m_0. Este portamasas está sometido a su peso y a la fuerza elástica del muelle. Por la segunda ley de Newton y dado que ambas fuerzas son verticales se tiene que la resultante satisface:

$$\sum F_y = -k\Delta y + m_0 g = m_0 \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (2$$

Cuando ponemos una pesa de masa *m* sobre el platillo el muelle se estira hasta que la posición del platillo es *y*

$$k(y - y_0) = mg \quad (3)$$

Este es el llamado método estático de medir la constante del muelle. Hay un modo dinámico de medir la constante elástica que describimos a continuación. Si desplazamos el portamasas a una distancia *y* que no es la de equilibrio, la segunda ley de Newton nos dice que la resultante de las fuerzas es igual a la masa por la aceleración.

Pero, ¿cuál es la masa que se acelera? En este caso hay que considerar que además de la masa m, está la del platillo m_0 y una masa efectiva del muelle $m_{ef} = \alpha\, m_s$. Esta masa efectiva es una fracción $0 < \alpha < 1$ de la masa total m_s del muelle que tiene en cuenta que sólo se mueve una parte del muelle. Así pues, la ecuación 2 nos queda

$$-k(y - y_0) = (m + m_0 + \alpha m_s)\frac{d^2y}{dt^2} \quad (4)$$

Esta es la conocida ecuación de un oscilador armónico de masa $M = m + m_0 + m_s$ y constante k cuyo periodo T sabemos que es

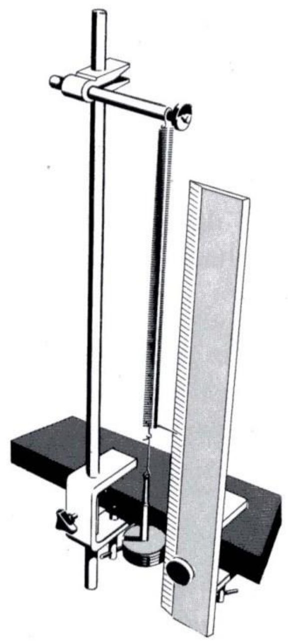
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \quad (5)$$

El modo dinámico de obtener la constante elástica consiste en medir el periodo de las oscilaciones para varios valores de la masa m. Según la ecuación 4, la función $T^2\ (m)$ es una ecuación lineal

$$T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k} + 4\pi^2\frac{\alpha m_s + m_0}{k} \quad (6)$$

Cuya pendiente y ordenada en el origen son respectivamente

$$Pendiente = 4\pi^2\frac{1}{k} \quad (7) \qquad Ord.Orig. = 4\pi^2\frac{\alpha m_s + m_0}{k} \quad (8)$$



Procedimiento experimental.

Con el montaje que aparece en la figura se van a realizar medidas del la constante elástica y del periodo de oscilación del resorte helicoidal. Previamente se tomarán los datos del muelle: peso, longitud, número de espiras por unidad de longitud y número de espiras totales del mismo.

Coloque el portamasas en la parte inferior del muelle y añada una masa suficiente para que el muelle quede tenso (en general *10 g* serán suficientes). Pese el platillo junto con esta masa y considere esta masa como m_0. Anote la posición de equilibrio sobre la regla y considere esta posición como y_0. Tome como referencia el punto inferior del portamasas.

Coloque una masa m y mida la posición y respecto del punto de referencia y_0.

Estire o comprima levemente el platillo hacia abajo (es conveniente trabajar con pequeñas oscilaciones porque sólo en ese caso el periodo es independiente de la amplitud de la oscilación) de modo que, al dejarlo en libertad, empiece a oscilar verticalmente. Se dejan pasar las primeras oscilaciones hasta que se estabilice el movimiento, se cronometra el tiempo empleado en 20 oscilaciones. Empiece a contar en una de las posiciones extremas, la más alta o la más baja, y cuente una oscilación cada vez que la masa pasa por esa posición.

Se agregan sucesivamente pesas cada vez mayores (al menos 10 distintas, por ej. *10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 100, 120, g*), midiéndose y anotándose los alargamientos o aumentos de longitud correspondientes a cada sobrecarga y los periodos de oscilación.

Tabla de datos del experimento (t es el tiempo de n oscilaciones)

m (kg)	*$m+m_0$ (kg)*	*y (m)*	*$y-y_0$ (m)*	*Tiempo t (s)*	*Periodo, T=t/n*	*T^2 (s^2)*

Cálculos y resultados.

1. Represente la deformación $y-y_0$ frente a la masa m y ajuste los puntos a una recta de ecuación $y = mx + b$. Obtenga la ecuación de la recta, el coeficiente de regresión y los errores de la pendiente y la ordenada en el origen. Esta gráfica equivale a representar la ecuación *3* y, por tanto, permite calcular la constante g/k a partir de la pendiente de la recta. Determinar el valor de k.

¿Qué representa el valor obtenido de b?

2. Represente T^2 frente a m, que como nos dice la ecuación *6*, es una recta. De esta grafica estime el valor de la constante k a partir de la pendiente de la recta, ecuación *7*.

3. Compare los resultados de k obtenidos por el método estático y dinámico y determine el error relativo cometido suponiendo que el resultado correcto sea el estático.

4. Con los resultados del apartado anterior comente las diferencias entre ambos métodos desde un punto de vista experimental.

5. De la gráfica del punto 2 estime la ordenada en el origen de la recta y de ahí con la ecuación *8*, el valor de α. ¿Qué significa este coeficiente? ¿En qué rango de valores espera que se encuentre?

Práctica 4.
PÉNDULO SIMPLE.

Objeto.

Estudiar las ecuaciones que rigen el movimiento armónico descrito por un péndulo simple.

Comprobar que el movimiento de un cuerpo bajo la acción de la gravedad es independiente de la masa del cuerpo.

Comprobar la dependencia del periodo de un péndulo de su longitud.

Determinar la aceleración de la gravedad utilizando un péndulo simple.

Fundamentos.

Se denomina péndulo simple al conjunto formado por una masa puntual y un hilo inextensible y de masa despreciable (del cual ésta cuelga), suspendido de un punto superior. Los péndulos reales o físicos utilizan masas que, por muy pequeñas que sean, no son puntuales.

El péndulo simple, pese a su sencillez, es un sistema físico que permite comprobar algunos principios físicos muy generales así como la validez y los límites de algunas aproximaciones matemáticas muy utilizadas.

En este sistema la energía potencial se transforma en energía cinética y viceversa, debido a la acción de la fuerza gravitatoria $F = mg$ que ejerce la Tierra sobre la masa m. Como resultado se obtiene un movimiento oscilatorio que se puede describir a partir de los siguientes conceptos: los siguientes parámetros:

Una oscilación completa o ciclo es el desplazamiento de la masa desde uno de sus extremos más alejados hasta el otro y vuelta. Es decir, dos oscilaciones sencillas.

Periodo, T, es el tiempo que tarda la masa en realizar la oscilación completa.

Frecuencia, f es el número de oscilaciones realizadas por unidad de tiempo ($f = 1/T$).

Amplitud, *A*, es el máximo valor de la distancia al punto de equilibrio. Depende del ángulo *α* entre la vertical y el hilo.

Cuando el péndulo, después de recibir un ligero impulso inicial, oscila libremente, pero apartándose muy poco de la posición de equilibrio, su masa describe trayectorias prácticamente lineales, y su movimiento equivale con gran aproximación a un movimiento armónico simple. Este puede definirse por varias de sus propiedades. Una de ellas es que la elongación o distancia a la posición de equilibrio x, satisface la condición

$$m\frac{dx^2}{dt^2} + k\,x = 0$$

donde m es la masa del móvil y k una constante llamada recuperadora, que multiplicada por la elongación es igual en cada instante a la fuerza recuperadora.

Se demuestra también, en la correspondiente teoría analítica, que la función de la elongación que satisface a la anterior condición y que, por tanto, define un movimiento vibratorio armónico es de !a forma

$$x = A\,cos(\omega\, t + \delta\,)$$

donde A, ω y δ son constantes. El tiempo invertido por el móvil en realizar una oscilación completa en un movimiento armónico simple se llama periodo y satisface la relación

$$T = 2\pi / \omega$$

cumpliéndose además

$$\omega^2 = k / m$$

En el caso del péndulo la teoría pone de manifiesto que el periodo está definido por la condición

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2 sen^2\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 sen^4\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2 sen^6\frac{\alpha}{2}+\cdots\right]$$

Cuando las oscilaciones no son demasiado grandes, puede realizarse la aproximación $\sin\alpha \approx \alpha$. de forma que la expresión anterior se reduce considerablemente si las oscilaciones tienen una amplitud pequeña. En tal caso es una buena aproximación considerar

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} \qquad (1)$$

que implica que el periodo no depende de la masa, ni de la amplitud de las oscilaciones, sino de la longitud y del valor de g.

El valor de la aceleración de la gravedad es pues

$$g = 4\pi^2\frac{l}{T^2} \qquad (2)$$

y su determinación experimental puede realizarse midiendo el valor del periodo correspondiente a una longitud conocida.

Para deducir las expresiones anteriores, las únicas fuerzas presentes que se emplean son las gravitatorias. Sin embargo, en el sistema físico actúan otras fuerzas sobre el cuerpo además de la gravedad. Por ejemplo, actúa el empuje hidrostático del aire, y sobre todo el rozamiento, que tiende a frenar el cuerpo y disminuir la amplitud de las oscilaciones. Esto no cambia el periodo, pero puede dificultar en la práctica su medida si las oscilaciones se hacen rápidamente muy pequeñas. Por eso, en la práctica es conveniente tomar masas que no sean pequeñas.

Además, el hilo del que está suspendido el cuerpo tiene inevitablemente una masa. Si esta masa del hilo fuera apreciable frente a la del cuerpo, el centro de masas total del sistema estaría ligeramente por encima del cuerpo y la longitud efectiva del péndulo sería algo menor que la longitud del hilo.

No cabe esperar resultados muy precisos en la medida de g, con los medios experimentales que en este equipo se utilizan. Con el presente equipo se deberá intentar que el porcentaje de error sea inferior al 0,1%. Se intentará, como contrapartida, conocer el error relativo de la medida.

De conformidad con los conceptos sobre la teoría de errores, el error relativo cometido en la determinación de g queda expresado por

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta T}{T} \qquad (3)$$

en donde Δg, Δl y ΔT son los valores absolutos de las imprecisiones o errores en las medidas de g, l y T respectivamente. Los cocientes que figuran en la anterior relación están expresados en tantos por uno, pero es más corriente hacerlo en tantos por ciento, multiplicando al efecto la razón por 100.

El error relativo es un número adimensional.

Procedimiento experimental.

Sobre un pie con varilla larga se sitúa horizontalmente la varilla roscada, de cuyo extremo se suspende el péndulo (la masa más ligera de las suministradas) mediante hilo. La longitud del hilo se elige arbitrariamente pero, para no cometer un error relativo muy grande en la medida de la longitud y para que el péndulo se atenga más fielmente a la ecuación *(2)*, es recomendable que su longitud sea grande, entre 1 y 2 m por ejemplo.

1. Dependencia con la longitud del péndulo.

Se mide la distancia desde el punto de suspensión hasta el centro de la esfera (que coincide sensiblemente con el llamado centro de oscilación). Al medir la longitud el error cometido (en el caso más desfavorable) podría ser del orden de 5 mm, lo que significa que si la longitud total es de un metro el error relativo es del orden de 0,005, o sea del orden del 0,5%.

El contador se situará en la posición de medida de periodos –tres pasos por la barrera fotoeléctrica- si el tiempo medido no sobrepasa los 9,99s o en la posición de semiperiodos –dos pasos- si lo sobrepasa. Separado el péndulo ligeramente (unos 20 grados) de su posición de equilibrio se le deja oscilar libremente. Se deja que pase varias veces por el contador mientras se comprueba que el movimiento es totalmente rectilíneo, y se pone a cero el contador. Se anota el periodo de oscilación en estas condiciones. Se repite la medida 5 veces para obtener media y desviación estándar.

Podemos estimar que al medir el tiempo con el contador digital cometemos una imprecisión (ΔT) del orden de 0,001 segundo.

Se repite lo mismo para otras 5 longitudes de hilo.

Determinados l y T por el método indicado, se calcula g por la expresión (*2*).

Se calcula la imprecisión Δg que viene dada por (*3*) y se tabulan los resultados como indica la Tabla. Si se ha operado correctamente se ha de cumplir

$$(g-\Delta g) < 9{,}8\ ms^{-2} < (g+\Delta g) \quad (3)$$

l (m)	$\Delta l/l$	T (s)	$\Delta T/T$	g (ms^{-2})	Δg (ms^{-2})

Constrúyase una gráfica de periodos *(T)* frente a longitudes *(l)* y otra tomando las longitudes como abscisas y los cuadrados del periodo como ordenadas. Ajústese la recta mediante el método de mínimos cuadrados. Obtener la ecuación de la recta, el coeficiente de regresión y los errores de la ordenada en el origen y la pendiente.

Los puntos de esta segunda representación pertenecen a una línea recta.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l \qquad (4)$$

Cuya pendiente será

$$Pendiente = \frac{4\pi^2}{g} \quad (5)$$

Calcúlese g a partir de esta pendiente.

2. Dependencia con la amplitud de oscilación.

Repetir los pasos anteriores con cinco longitudes de alrededor de 1 m y con amplitudes de oscilación de 45º o mayores. Comparar los periodos así obtenidos con los obtenidos para amplitudes pequeñas.

Constrúyase una gráfica de (T^2) en el eje *y* frente a longitudes *(l)* en el eje *x.* Obtener la ecuación de la recta, el coeficiente de regresión y los errores de la ordenada en el origen y la pendiente. ¿La pendiente de la recta es mayor o menor?

3. Dependencia con la masa.

Repetir las distancias del apartado 1 con una masa m más pesada. ¿Se obtienen los mismos resultados?

Cuestiones

Compare de forma crítica los valores de g obtenidos tanto a partir de las medidas individuales de cada experimento como el calculado a partir de la pendiente con el valor teórico de *9,8* m/s^2. ¿Observa alguna dependencia de la incertidumbre de la medida indirecta de g respecto a la longitud del péndulo, l?

Práctica 5.

CALORES LATENTES DE FUSIÓN Y VAPORIZACIÓN DEL AGUA.

Objetivo.

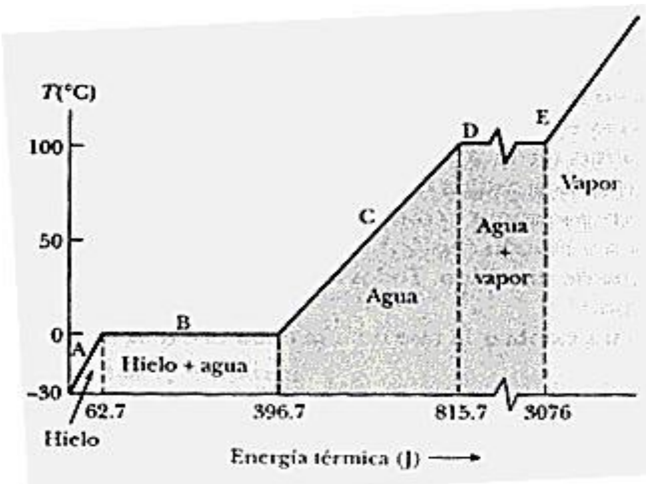
Calcular los calores latentes de fusión y vaporización del agua.

Fundamento.

Una sustancia suele experimentar un cambio en su temperatura cuando se transfiere energía térmica entre la misma y sus alrededores. Sin embargo, hay situaciones en las cuales la transferencia de energía térmica no produce un cambio de temperatura. Este es el caso siempre que las características físicas de la sustancia cambian de una forma a otra, lo que comúnmente se conoce como un cambio de fase.

Los cambios de estado se pueden explicar de forma cualitativa del siguiente modo: En un sólido los átomos y moléculas ocupan las posiciones fijas de los nudos de una red cristalina. Un sólido tiene, en ausencia de fuerzas externas, un volumen fijo y una forma determinada. Los átomos y moléculas vibran, alrededor de sus posiciones de equilibrio estable, cada vez con mayor amplitud a medida que se incrementa la temperatura. Llega un momento en el que vencen a las fuerzas de atracción que mantienen a los átomos en sus posiciones fijas y el sólido se convierte en líquido. Los átomos y moléculas siguen unidos por las fuerzas de atracción, pero pueden moverse unos respecto de los otros, lo que hace que los líquidos se adapten al recipiente que los contiene pero mantengan un volumen constante.

Cuando se incrementa aún más la temperatura, se vencen las fuerzas de atracción que mantienen unidos a los átomos y moléculas en el líquido. Las moléculas están alejadas unas de las otras, se pueden mover por todo el recipiente que las contiene y solamente interaccionan cuando están muy próximas entre sí, en el momento en el que chocan. Un gas adopta la forma del recipiente que lo contiene y tiende a ocupar todo el volumen disponible.



El cambio de fase de una sustancia tiene lugar a temperaturas y presiones definidas. El paso de sólido a gas se denomina sublimación, de sólido a líquido fusión, y de líquido a vapor vaporización. Si la presión es constante, estos procesos tienen lugar a una temperatura constante. La cantidad de calor necesaria para producir un cambio de fase se llama *calor latente* $Q = m \times L$. Existen calores latentes de sublimación, fusión y vaporización.

El calorímetro

Un calorímetro es un aparato usado para medir la cantidad de calor que ha sido transferida en un proceso determinado. En esta práctica usaremos equipamiento sencillo que conlleva a un margen de error en los experimentos, pero que servirá para ilustrar los principios de calorimetría involucrados.

Para iniciar una medida calorimétrica, es necesario calibrar el calorímetro, es decir, determinar exactamente la cantidad de calor adicionado que provoca un determinado aumento de su temperatura.

Datos: C_{agua} = 4.186 J/Kg ºC = 1.000 cal/KgºC
Calor latente de fusión del hielo L_F es 334.700 J/kg.
Calor latente de vaporización del agua a 100 ºC L_V es $2.260 \cdot 10^3$ J/kg.

Procedimiento

1. Determinación de la masa equivalente en agua del calorímetro *k*.

1. Se introduce en el congelador unos 200 mL de agua destilada y se espera hasta que ésta esté cerca de los 0ºC.
2. En un vaso de precipitados se introducen otros 200 mL de agua y se calientan hasta los 80-90ºC.
3. Se pesa el calorímetro vacío con el agitador magnético: m_{cal}.
4. El agua caliente se añade al calorímetro, se tapa y se pesa: $m_{cal} + m_1$. Se deja que llegue al equilibrio térmico y se mide con precisión la temperatura del agua: T_1.
5. Se mide la temperatura del agua fría: T_2 y se vierte e el calorímetro. Se cierra, se homogeneiza con el agitador. Se espera hasta que la temperatura llegue a un valor estacionario y se registra esta temperatura como T_e.
6. Se pesa de nuevo el calorímetro: $m_{cal} + m_1 + m_2$.
7. Se repite este procedimiento unas tres veces.

Cálculos:

$$Q_{cal} = k \cdot C \cdot (T_e - T_1)$$

$$Q_1 = m_1 \cdot C \cdot (T_e - T_1)$$

$$Q_2 = m_2 \cdot C \cdot (T_e - T_2)$$

Según el principio de la conservación de la energía y suponiendo que el calorímetro está perfectamente aislado:

$$Q_{cal} + Q_1 + Q_2 = 0$$

De estas ecuaciones se despeja la masa equivalente en agua del calorímetro.

Si los valores de *k* obtenidos no tienen dispersión excesiva, se promedian los valores y se anota como error la desviación estándar. En caso contrario repita sus medidas con cuidado, o estudie donde puede estar el problema.

2. Determinación del calor latente de fusión del agua

1. Se pesa el calorímetro con unos 200 gramos de agua previamente calentada a 80-90ºC: $m_{cal} + m_{agua}$
2. Se mide la temperatura inicial del calorímetro y agua: T_i.
3. Se secan con una toalla de papel para eliminar cualquier gota de agua líquida presente unos 200 gramos de hielo y se añaden dentro del calorímetro.

4. Se coloca el termómetro dentro del sistema (agua-hielo-calorímetro) y se anota la temperatura final de equilibrio cuando el hielo se ha derretido: T_f.

5. Se vuelve a pesar el sistema procedente de la fusión del hielo: $m_{cal} + m_{agua} + m_{hielo}$

6. Se repite este procedimiento unas tres veces. Si los valores de L_F obtenidos no tienen dispersión excesiva, se promedian los valores y se anota como error la desviación estándar. En caso contrario repita sus medidas con cuidado, o estudie donde puede estar el problema.

7. Calcular el Error absoluto cometido: $\Delta L_F = 334.700$ *J/Kg* – $L_{F\ media\ calculado}$

9. Calcular el Error relativo: ε $(L_F) = \Delta / 334.700$ *J/Kg x 100*

Cálculos:

$Q_{cal} = k \cdot C \cdot (T_f - T_i)$ $Q_{agua} =$

$m_{agua} \cdot C \cdot (T_f - T_i)$

$Q_{hielo} = m_{hielo} \cdot L_F + m_{hielo} \cdot C \cdot (T_f - 0)$

Según el principio de la conservación de la energía y suponiendo que el calorímetro está perfectamente aislado:

$$Q_{cal} + Q_{agua} + Q_{hielo} = 0$$

De estas ecuaciones se despeja el calor latente de fusión del agua.

3. Calor latente de vaporización.

1. En un matraz erlenmeyer de 100 mL se pesa una masa de agua destilada de unos 50 gramos con la máxima precisión posible: m_1.

2. Colocar el matraz sobre una rejilla de asbesto situando ésta a una altura adecuada para un calentamiento suave con el mechero de gas.

3. Colocar dentro del matraz el termómetro digital tratando que el sensor sólo toque agua y no las paredes del recipiente.

4. Encender el mechero, la llama no debe ser demasiado fuerte y una vez que se coloque debajo del matraz no deberá de ajustarse nuevamente.

5. Empezar a recoger datos de temperatura-tiempo.

6. Cuando se observe el cambio en la pendiente de la gráfica (temperatura de ebullición constante), se deberá de seguir midiendo la temperatura por lo menos unos 7-10 minutos más. Dependerá de la intensidad de calentamiento y pérdida de masa por evaporación.

7. Una vez que se haya apagado el mechero, levantar con cuidado el sensor y con guantes volver a pesar la masa del agua: m_2.

8. Dibujar una gráfica de temperatura vs. Tiempo de calentamiento y situar en la misma:

T_1: temperatura del agua al inicio del experimento.

T_2: temperatura de ebullición del agua

t_1: tiempo requerido para alcanzar la temperatura de ebullición. t_2:

tiempo que permaneció la ebullición

9. Se repite este procedimiento unas tres veces. Si los valores de L_V obtenidos no tienen dispersión excesiva, se promedian los valores y se anota como error la desviación estándar. En caso contrario repita sus medidas con cuidado, o estudie donde puede estar el problema.

7. Calcular el Error absoluto cometido: $\Delta L_V = 2.260.000$ *J/Kg* – $L_{V\ media\ calculado}$

9. Calcular el Error relativo: ε (LF) = Δ LV / 2.260.000 J/Kg x 100

Cálculos:
Con estos datos y el calor específico del agua se calculará el calor sensible requerido para que el agua llegue al punto de ebullición:

$$Q = m_1 \cdot C \cdot \Delta T$$

Una vez que el agua cambió de fase la temperatura permaneció constante, característica de un cambio de fase; por lo que se asumirá lo siguiente para calcular el calor latente de evaporación del agua:
La fuente de calentamiento es constante; por lo que se calculará la potencia del mechero

$$P = Q/t_1$$

donde Q será el calor sensible calculado anteriormente y t_1 el tiempo requerido para que el agua llegue al punto de ebullición.

Una vez calculada la potencia, se calculará el calor suministrado por el mechero al agua durante el tiempo que permaneció en ebullición:

$$Q' = P \cdot t_2$$

donde la potencia será la ya calculada y el tiempo será el tiempo que permaneció el agua en ebullición.

Finalmente calculamos L_V = calor de evaporación del agua:

$$L_V = Q'/\Delta m$$

Donde $\Delta m = (m1 - m2)$